

2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高二下学期期末数学试卷

一、选择题(本大题共12题,每小题4分,共计48分)

1. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ().

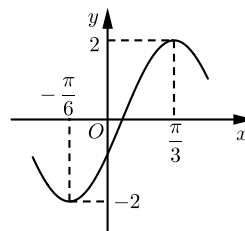
A. $\frac{7}{25}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. $-\frac{7}{25}$

2. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的部分图象如图所示, 则 ().



A. $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

B. $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

C. $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

D. $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

3. 已知 $(1+x)^n$ 的展开式中第4项与第8项的二项式系数相等, 则奇数项的二项式系数和为 ().

A. 2^{12}

B. 2^{11}

C. 2^{10}

D. 2^9

4. 设随机变量 $\xi \sim B(2, p)$, $\eta \sim B(3, p)$, 若 $P(\xi \geq 1) = \frac{5}{9}$, 则 $P(\eta \geq 2)$ 的值为 ().

A. $\frac{20}{27}$

B. $\frac{8}{27}$

C. $\frac{7}{27}$

D. $\frac{1}{27}$

5. 若 $z = 1 + 2i$, 则 $\frac{4i}{z \cdot \bar{z} - 1} =$ ().

A. 1

B. -1

C. i

D. -i

6. 复平面内表示复数 $z = i(-2 + i)$ 的点位于 ().

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

7. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + a \ln x$ 有两个不同的极值点, 则实数 a 的取值范围是 ().

A. $a > 1$

B. $-1 < a < 0$

C. $a < 1$

D. $0 < a < 1$

8. 若不等式 $x^2 + ax + 1 \geq 0$ 对一切 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$ 恒成立, 则 a 的最小值是 ().

A. 0

B. -2

C. $-\frac{5}{2}$

D. -3

9. 现有5项工程由甲、乙、丙3个工程队承包, 每队至少一项, 但甲承包的项目不超过2个, 不同的承包方案有 () 种.

A. 130

B. 150

C. 220

D. 240

10. 已知随机变量 X 的分布列为 $P(X = k) = \frac{1}{3}$, $k = 1, 2, 3$. 则 $D(3X + 5)$ 等于 ().

A. 6

B. 9

C. 3

D. 4

11. 设点 P 是曲线 $y = x^3 - \sqrt{3}x + \frac{3}{5}$ 上的任意一点, 点 P 处切线的倾斜角为 α , 则角 α 的取范围是 ().

A. $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$
C. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$

B. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$
D. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$

12. 函数 $y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$ 的最小正周期为 ().

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. π

D. 2π

二、填空题 (本大题共4题, 每小题4分, 共计16分)

13. 已知 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____ .

14. 将编号为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 个小球全部放入 A, B, C , 3 个盒子内, 若每个盒子不空, 且放在同一盒子内的小球编号互不相连, 则不同的放法种数共有 _____ . (用数字作答)

15. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1 & (x > 0) \\ 3^x & (x \leq 0) \end{cases}$, 方程 $f(x) = m$ 有两解, 则实数 m 的取值范围为 _____ .

16. 若 $(ax^2 + \frac{b}{x})^6$ 的展开式中 x^3 项的系数为 20, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 _____ .

三、解答题 (本大题共3题, 每小题12分, 共计36分)

17. 某大学志愿者协会有 6 名男同学, 4 名女同学. 在这 10 名同学中, 3 名同学来自数学学院, 其余 7 名同学来自物理、化学等其他互不相同的七个学院. 现从这 10 名同学中随机选取 3 名同学, 到希望小学进行支教活动 (每位同学被选到的可能性相同) .

(1) 求选出的 3 名同学是来自互不相同学院的概率 .

(2) 设 X 为选出的 3 名同学中女同学的人数, 求随机变量 X 的分布列和数学期望 .

18. 已知函数 $f(x) = 1 + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2 \sin^2 x$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间 .

(2) 若把 $f(x)$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $g(x)$, 求 $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ 上的最小值和最大值 .

19. 已知函数 $f(x) = (x - 2)e^x + a(x - 1)^2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性 .

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围 .